الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية بجاية — المستوى: السنة الثالثة

السنة الدراسية: 2021_2022 — الشعبة: تسيير و اقتصاد

ثانوية الشهداء السبعة بوعيفل – سيدي عيش- — المدة: ساعتان

اختبار الفصل الثاني في مـادة الرياضيات

ملاحظة مهمة: أجب على التمرين الأول اجباريا، ثم اختر أحد التمرينين الثاني أو الثالث و أجب عليه

التمرين الأول: (10 نقاط)

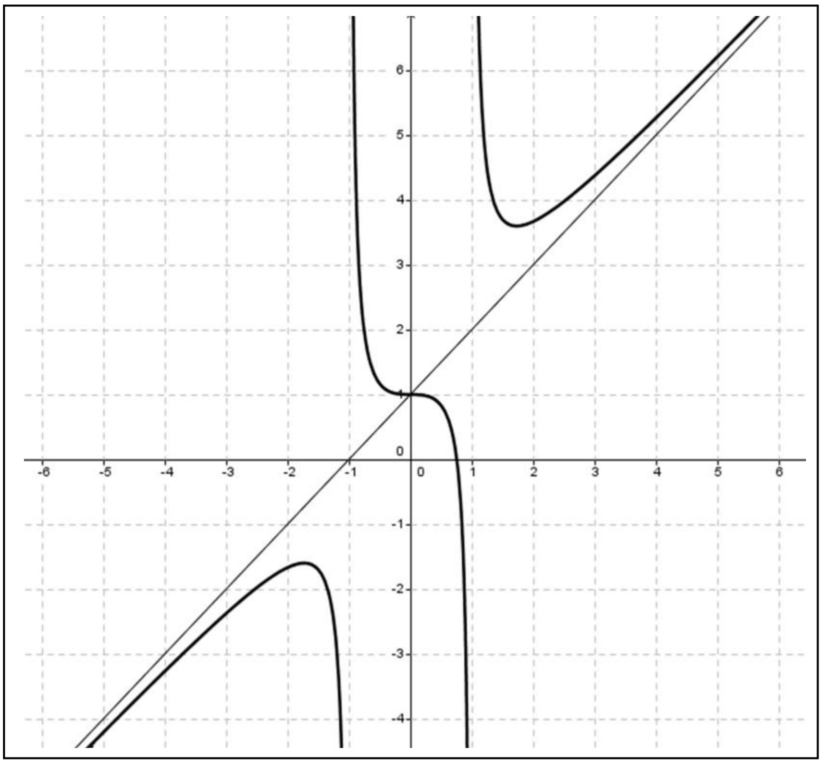
I) أذكر ان كانت الجمل التالية صحيحة أو خاطئة مع التبرير في كل حالة:

1) مجموعة حلول المعادلة: $2\ln(x)-\ln(5x-6)=0$ في $\mathbb{R}$ هي: $S=\{2;3\}$

2) مجموعة حلول المتراجحة: $\ln(2-x)+\ln(x+3)-\ln 4\geq 0$ هي: $s=[-2;1]$

3) القيمة المتوسطة للدالة f المعرفة بـ: $f(x)=\frac{1}{2}x^3+3x$ على المجال $[0;2]$ تساوي: 0

4) العدد $A=\int_1^3 \frac{2x}{x^3}dx$ يساوي: $\frac{4}{3}$



II) f الدالة المعرفة على $R-\{-1;1\}$ بـ:

$f(x)=\frac{x^3+x^2-1}{x^2-1}$ و (C) تمثيلها البياني

في الشكل المقابل

1) بقراءة بيانية أجب على ما يلي:

أ- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha\in]0,5;1[$

ب- شكل جدول اشارة الدالة f.

ج- شكل جدول تغيرات الدالة f.

د- جد الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة للمستقيم (D)

ه- أكتب معادلة للمستقيم (D).

2) باستعمال عبارة الدالة f:

أ) بين أن النقطة $A(0;1)$ مركز تناظر للمنحنى (C).

ب) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ بـ: $g(x)=\frac{|x|^3+x^2-1}{x^2-1}$.

- بين أن الدالة g زوجية. ماذا تستنتج؟
- اشرح كيف يمكن انشاء المنحنى الممثل للدالة g انطلاقا من (C)، ثم انشئه.

التمرين الثاني: (10 نقاط)

I) g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-2x^2+2-\ln(x)$.

1) أدرس تغيرات الدالة g ، ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(1)$، و استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$.

II) f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-1+\ln x}{x}-2x+4$.

نسمي (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة بيانيا.

2) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y = -2x + 4$ مقارب مائل لـ (C_f) عند $+\infty$.

3) ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).(يعطى: حل المعادلة: $\ln x = 1$ هو $x = e \approx 2{,}7$)

4) **أ-** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما x: $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

5) أثبت أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين بالضبط α و β حيث: $\alpha \in]0,4;0,6[$ و $\beta \in]1,8;2[$.

6) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) عند النقطة ذات الفاصلة (1) موازيا لمحور الفواصل، ثم أكتب معادلته.

7) أرسم (Δ) ، (C_f) و (T).

8) نعتبر الدالة العددية F المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $F(x) = -\ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2 - x^2 + 4x$

أ- بين أن الدالة F دالة أصلية لـ f على المجال $]0;+\infty[$.

ب- أحسب بـ cm^2 المساحة A : للحيز المستوي المحدد بـالمنحنى (C_f) و المستقيمين ذوالمعادلتين: $x = 1$ و $x = \frac{3}{2}$

التمرين الثالث: (10 نقاط)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^4 - 4x - 3$

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x: $4(x^3 - 1) = 4(x-1)(x^2 + x + 1)$ ، ثم أدرس تغيرات الدالة g.

2) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين بالضبط α و β حيث: $-0{,}7 \prec \alpha \prec -0{,}69$ و $1{,}78 \prec \beta \prec 1{,}79$.

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 - 1}$

و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجموعة التعريف .

2) – أ) عين الأعداد الحقيقية: a ، b ، c حيث من أجل $x \neq 1$: $f(x) = ax + \frac{bx + c}{x^3 - 1}$.

– ب) أثبت أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل.

– ج)بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$: $f(x) - x = \frac{x + 1}{(x-1)(x^2 + x + 1)}$.

– د) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (D).

3) - أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x \neq 1$: $f'(x) = \frac{x^2.g(x)}{(x^3 - 1)^2}$.

– ب) إستنتج اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1- .

5) أنشئ (T) و (C_f) .(تعطى $f(\alpha) \approx -0{,}9$ و $f(\beta) \approx 3{,}3$.

6) h هي الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{1\}$ بـ: $h(x) = \frac{x^4 + 1}{|x^3 - 1|}$

أ) بين أن: $h(x) = f(x)$ من أجل كل x من المجال $]1;+\infty[$.

و أن $h(x) = -f(x)$ من أجل كل x من المجال $]-\infty;1[$.

ب) إشرح كيف يتم رسم المنحنى الممثل للدالة h (C_h) إنطلاقا من المنحنى (C_f)، ثم انشئه في المعلم السابق.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق و النجاح استاذة المادة: بن صافية